PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11)Publication number : 61-058076
(43)Date of publication of application : 25.03.1986

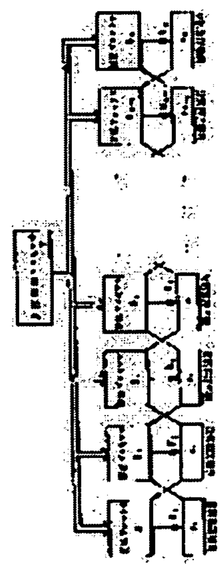
(51)Int.Cl. G06F 15/16
G06F 15/20

(21)Application number : 59-180947
(22)Date of filing : 29.08.1984

(71)Applicant : SUMITOMO ELECTRIC IND LTD
(72)Inventor : KAJI MIKIO

(54) SIMULTANEOUS PRIMARY EQUATION SIMULATOR

(57)Abstract:
PURPOSE: To make possible the calculation for a short time by utilizing the band efficiency matrix of simultaneous primary equation and dividing into several blocks and processing by each processor.
CONSTITUTION: A simulator consists of an all control processor T, (m) number of a subordinate processor S and an auxiliary storage device M. The auxiliary storage device memorizes each asymptotic value of the unknown number vector ϕ1, ϕ2Wϕm. A subordinate processos Sj defines a vector asymptotic value ϕj (k), Wm(k) k times to input into support storage device Mj according to it. After all vector asymptonic value ϕ(k), ϕm(k) are recognized, each subordinate proces sor changes j into j + 1 to calculate [ϕj(k+1)] from [ϕj(k)]. The result is inputted into the auxiliary storage device [Mj]. The all control processor T carries out the synchronous control and spreading discrimination every time.



LEGAL STATUS
[Date of request for examination]
[Date of sending the examiner's decision of rejection]
[Kind of final disposal of application other than the examiner's decision of rejection or application converted registration]
[Date of final disposal for application]
[Patent number]
[Date of registration]
[Number of appeal against examiner's decision of rejection]
[Date of requesting appeal against examiner's decision of rejection]
[Date of extinction of right]

⑲日本国特許庁（JP）　⑪特許出願公開

⑫公開特許公報（A）　昭61-58076

⑤Int.Cl.⁴	識別記号	庁内整理番号	㊸公開　昭和61年(1986) 3月25日
G 06 F 15/16		Z-6619-5B	
15/20		6619-5B	

審査請求　未請求　発明の数 1　（全5頁）

㊹発明の名称　連立一次方程式シミュレータ

㉑特　願　昭59-180947
㉒出　願　昭59(1984) 8月29日

㉗発明者　鍛治　幹雄　大阪市此花区島屋1丁目1番3号　住友電気工業株式会社大阪製作所内
㉑出願人　住友電気工業株式会社　大阪市東区北浜5丁目15番地
㉔代理人　弁理士　川瀬　茂樹

明　細　書

1．発明の名称

連立一次方程式シミュレータ

2．特許請求の範囲

1個の全体制御プロセッサTと、m個の従属プロセッサS_1、S_2、……、S_m及びm個の補助記憶装置M_1、M_2、……、M_mよりなり、元数の大きな連立一次方程式を、帯行列を係数行列とし未知ベクトルを$\{\phi_j\}$とするとき、j番目の式はj番目の未知ベクトルϕ_jと前後のベクトルϕ_{j-1}、ϕ_{j+1}とを含み、ϕ_jの係数行列式の値$\det|A_j|$がϕ_{j-1}、ϕ_{j+1}の係数行列の値$\det|U_j|$、$\det|L_j|$の値より大きくなるようにm個のブロック式に分け、j番目の補助記憶装置M_jはj番目の未知ベクトルϕ_jの漸近値$\phi_j(k)$を記憶し、m個の未知ベクトル$\{\phi_j\}$に対し、適当な初期値$\{\phi_j(1)\}$を与えて、従属プロセッサ$\{S_j\}$と補助記憶装置$\{M_j\}$とが繰返し未知ベクトルの漸近値$\{\phi_j(k)\}$を計算する事とし、j番目の従属プロセッサS_jはm個のブロック式の内のj番目の式と、補助記憶装置$\{M\}$に記憶されている(k-1)回目の漸近値$\phi_{j-1}(k)$と$\phi_{j+1}(k-1)$などから、k回目の漸近値$\phi_j(k)$を計算して、補助記憶装置M_jに$\phi_j(k)$の値を記憶させる動作を繰返し行う事とし、全体制御プロセッサTは、k回目の$\{\phi_j(k)\}$の計算が全ての従属プロセッサ$\{S_j\}$に於て同時に並列処理するよう同期制御し、かつ新たに計算されたk回目の漸近値$\phi_j(k)$と(k-1)回目の漸近値の差の絶対値と予め定めた微少ベクトルεとを比較する収束判定を行い、全てのベクトル$\{\phi_j\}$が収束した時に、これを連立一次方程式の解である、とする事を特徴とする連立一次方程式シミュレータ。

3．発明の詳細な説明

(ア)　技　術　分　野

この発明は、連立一次方程式シミュレータの構成方式に関する。

(イ)　従　来　技　術

偏微分方程式で記述される物理現象をディジタル計算機でシミュレートする時には、連立一次方程式を数値的に解く必要がある。

連立一次方程式は、解き方が明確に分つているから、必ず解ける。

しかし、連立一次方程式の元数が大きくなれば、多大の計算時間を要する。

未知数の数、すなわち独立な方程式の数を元という。これをnとすると、演算回数はn^2〜n^3のオーダーで増大してゆく。

未知数をx_1、x_2、……xnとし、係数をaijとすると、n元連立方程式は、

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad (1)$$

と書く事ができる。これを解くには、係数の行列の値

$$\triangle = \det |a_{ij}| \quad (2)$$

を求め、さらに、{aij}のj番目の列ベクトルを{bi}で置換したものの行列の値$\bar{A}_j$を求めなければならない。

$$x_j = \frac{\bar{A}_j}{\triangle} \quad (3)$$

である。これは厳密解である。n×nの行列の値を求めるには、n！個の積を計算し、これを加え合わせなければならない。計算すべき行列は(n+1)個あるから、積計算だけで(n+1)!の項の計算をしなければならない。

nの数が多くなると、これは膨大な数となつて、高性能の計算機であつても、多大の計算時間を要する。

もちろん、多くの場合、係数{aij}は0であるものが多く、実際には、このように多くの計算を伴うわけではない。ひとつの式について、0でない数係数の数が2つ、3つ、或は4つしかない、という場合も多い。

しかし、このような場合であつても、演算回数はn^2〜n^3程度には比例して、増大する。

(ウ) 目 的

本発明は、得られる連立一次方程式の係数行列が帯行列になる事が多いのに着目し、それをいくつかのブロックに分け、それぞれを別々のプロセッサで処理する事により、短時間で計算を行い得る並列シミュレータを与える事を目的とする。

(エ) 構 成

物理現象を扱う場合は、物理量が変位、速度、加速度、角加速度、角速度、渦、……などベクトル量である事が多い。2次元或は3次元ベクトルである。ひとつのベクトルが(x_1、x_2、x_3)という3つの未知数からなる。

ところが物理現象を記述する方程式は、マックスウェル方程式やナビエストークス方程式など、3次元ベクトルの形で表現される事が多い。

すると、ひとつの物理量ベクトルに対して、ひとつの係数行列が対応して、行列とベクトルの積が、いくつか集まつて、連立一次方程式の内の3つの式を構成する、という事になる。

つまり、(1)式に於て、xjをベクトルφjに置きかえ、aijを行列とし、biをベクトルとした式が成りたつ事が多い。例えばφjは3次元ベクトルで、aijは(3×3)の行列で、biは3次元ベクトルであるとするものである。

すると(1)式のかわりに、

$$\sum_{j=1}^{n/3} A_{ij}\,\phi_j = b_i \quad (4)$$

となる。この式はn個の連立一次方程式である。Aijが行列、φjはベクトルであるから、この演算は、もちろん、次のようにするわけである。簡単のため、i、jのサフィックスを省き、Aの行列要素を{apq}、φの成分を{xq}と書く事にすると、

$$A\phi = \sum_{q=1}^{3} a_{pq}\, x_q \quad (5)$$

となるわけである。

これは3次元ベクトルの場合であるが、3次元ベクトルが多数集まつたベクトルをφjとし、(4)式の形に書ける場合も多い。結局、h元ベクトルをm個使つて、全方程式を書く事ができる、という場合がある。

$$m h = n \quad (6)$$

である。ϕ_1、ϕ_2、……、φmはh元ベクトルで、行

列Aは(h×h)の行列である。Aとφの積は、(5)式のかわりに、

$$A\phi = \sum_{q=1}^{h} a_{pq}\, x_q \tag{7}$$

となり、全連立一次方程式は、

$$\sum_{j=1}^{m} A_{ij}\, \phi_j = b_i \tag{8}$$

という形になる。

(1)式で表わされる任意のn元連立一次方程式は、必ず(7)、(8)のような方程式に書き換える事ができる。

物理現象を扱う場合は、さらに進んで、(8)式に於て、ベクトルφjの係数行列の内、2〜3つだけが0でない、という場合が多い。これが重要な点である。

そこで、hの成分をもつベクトルϕ_1、ϕ_2、……、ϕ_mに関して、次のような形の帯行列の式にする事ができる、とする。

$$\left.\begin{array}{ll} A_1\phi_1 + L_1\phi_2 & = b_1 \\ U_2\phi_1 + A_2\phi_2 + L_2\phi_3 & = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ & \\ U_m\phi_{m-1} + A_m\phi_m = b_m & \end{array}\right\} \tag{9}$$

これを帯行列を持つ連立一次方程式という。

この式を作るためには、φjの成分としての{xq}の選び方、式の順序などについて工夫しなければならない。

この式の特徴は、j=1、m以外のφjについては、φjと、その前ϕ_{j-1}、その後ϕ_{j+1}の3つのベクトルだけを含む式が必ずひとつ存在し、j=1、j=mのφjに関しては、φjと、ϕ_{j+1}又はφjとϕ_{j-1}を含む式がひとつずつ存在する、という事である。

そこで、(9)式に於て、j番目の式では、φjの係数をAjと書き、その前のϕ_{j-1}の係数をUjと書き、その後のϕ_{j+1}の係数をLjと書いている。

(a)式は典型的な例にすぎない。ϕ_1、ϕ_mに関して、さらにϕ_mの項と、ϕ_1の項とが含まれても良い。つまり、すべての式が隣接(サイクリックに)するベクトル3つを含む式であつても良い。

さらに、ひとつの式に含まれるベクトルの数は必ず3つでなければならないという事ではなく、あるものは4つあつても良いし、5つあつても良いわけである。後の処理がより複雑になる、というわけではない。

(9)式を作るに当つて、もとの式を、m個のh元式に単にブロックわけしたというのではなく、ひとつの式によつて、前後のベクトルがつながれてゆく、という必要がある。隣接するベクトルが順次、式に現われる。

しかし、この条件が課されても、(9)式の表現が一意的に定まるわけではなく、自由度が残つている。(9)式のそれぞれの式は、数係数を乗じて加減しても良いし、行列を乗じて加減しても良い。このような変形は自由である。

ひとつ、重要な事は、収束性に関する問題である。bj、b_{j+1}に関する式は

$$U_j\phi_{j-1} + A_j\phi_j + L_j\phi_{j+1} \tag{10}$$

$$U_{j+1}\phi_j + A_{j+1}\phi_{j+1} + L_{j+1}\phi_{j+2} \tag{11}$$

という項を持つている。

収束性を得るために、

$$|\det|A_j^{-1}L_j A_{j+1}^{-1}U_{j+1}|| < 1 \tag{12}$$

という条件が課されるべきである。ただし、A^{-1}はAの逆行列を示す。この計算は(h×h)の行列の乗算であるが、行列の積のデタミナントの値は、それぞれの行列のデタミナントの積に等しいから、(12)式は

$$|\det|A_j|\det|A_{j+1}|| > |\det|L_j|\det|U_{j+1}|| \tag{13}$$

という事である。この式は対角項の係数行列の積の行列式の値(デタミナント)が、非対角項の係数行列の行列式の積より大きい、という事を要求

する。(13)式は、j番目とj+1番目の式の、2つの式にわたるから、(m−1)回同じようなチェックをしなければならない。(13)式を満足するための十分条件として、j番目の式の内部に於て

$$|\det|A_j|| > |\det|L_j|| \quad (14)$$

$$|\det|A_j|| > |\det|U_j|| \quad (15)$$

が成立すれば良い。

ただちにこうならない場合もあろう。その場合は、隣接する式に定数を乗じたものをj番目の式に加えたり、引いたりして、(14)、(15)が成立するようにする。

第1図は本発明のシミユレータの構成を示す。

シミユレータは1個の全体制御プロセツサTと、m個の従属プロセツサSと、m個の補助記憶装置Mとよりなる。

補助記憶装置は、それぞれ未知数ベクトルϕ_1、ϕ_2、……、ϕ_mの漸近値を記憶する。

従属プロセツサSjは、(9)の方程式をϕ_jの項を左辺に、それ以外の項を右辺に移行し、繰返し処理によつて、ϕ_jの値を求めるものである。

繰返しの数を$\phi(k)$で表わす事にする。

j番目の従属プロセツサS_jは、

$$A_j\phi_j(k) = b_j - U_j\phi_{j-1}(k-1) - L_j\phi_{j+1}(k-1) \quad (16)$$

という漸近式を用いて、(k−1)回目の結果$\phi_{j-1}(k-1)$、$\phi_{j+1}(k-1)$から、k回目の結果$\phi_j(k)$を計算する。

全ての従属プロセツサは同時に(16)の演算をする。必要なデータの内、A_j、b_j、U_j、L_jは定数行列であるから予め記憶している。(k−1)回目のデータは、隣りの補助記憶装置からϕ_{j-1}、ϕ_{j+1}を読みとつて使用する。これが第1図の補助記憶装置から従属プロセツサへ向う斜め上向きの矢印である。

従属プロセツサS_jはk回目のベクトル漸近値$\phi_j(k)$を求めると、これを対応する補助記憶装置M_jへ入力する。M_jの記憶から$\phi_j(k-1)$が消え、$\phi_j(k)$が新しく入力される。第1図の下向き矢印がこれを示す。

こうして、k回目のベクトル漸近値$\phi_1(k)$、…$\phi_m(k)$の全てが分るから、同様の計算を、各従属プロセツサは、(16)式のjをj+1にかえて、$\{\phi_j(k)\}$から、$\{\phi_j(k+1)\}$を計算するようにする。この結果が補助記憶装置$\{M_j\}$に入力される。

このように、同様の計算を繰返すが、第2図に示すように、1回ごとに同期制御と、収束判定を行う。これは、全体制御プロセツサTが行なうのである。

同期制御は、各従属プロセツサでの計算のタイミングを合致させるためのものである。

収束判定は、j番目のベクトルの(k−1)回目の漸近値と、k回目の漸近値の差を求める操作で、これが予め定められた微少なベクトルεより小さければ、j番目のベクトルは厳密解の近くへ十分収束した、と判定する

$$|\phi_j(k) - \phi_j(k-1)| < \varepsilon \quad (17)$$

収束判定は全体制御プロセツサTが、従属プロセツサごとに行うので、多少の時間の差がある。第2図の矢印の長さが異なるのは、こういう事を意味している。

収束判定の結果ϕ_jの内ひとつでも、(17)式を満さないものがある時は、さらにもう一回、同じような演算を繰返す。すべてのϕ_jが(17)式を満した時に、繰返し演算を終了する。ここに得られたベクトル$\{\phi_j\}$が、連立一次方程式の解である。

$\{\phi_j\}$の初期値$\{\phi_j(1)\}$の与え方は任意である。例えば、全て0ベクトルとしても良い。このように、任意の定数を初期値としても良い。

収束の早い初期値を選ぶのが望ましいわけであるが、そのためには、例えば、2つの式ずつに分けて、前と後のU、Lの項をおとした式、

$$A_1\phi_1 + L_1\phi_2 = b_1 \quad (18)$$

$$U_2\phi_1 + A_2\phi_2 = b_2 \quad (19)$$

のような、縮約された方程式を作り、この解を求めても良い。この解を初期値として出発する事もできる。

先程述べた、0ベクトルから出発する方法は、$k=2$で

$$\phi j(2)=Aj^{-1}bj \qquad (20)$$

となる初期値の選び方である。

どのような初期値を選んでも、(14)、(15) が成立する限り、厳密解に向つて収束する。しかし、収束の早さは、初期値の選び方によつて異なる。

(オ) 効　　果

係数行列が帯行列である連立一次方程式を短時間で解く事ができる。

元数の大きな連立一次方程式をm個の元数の小さな連立一次方程式に分解し、それを並列処理して解くからである。

4. 図面の簡単な説明

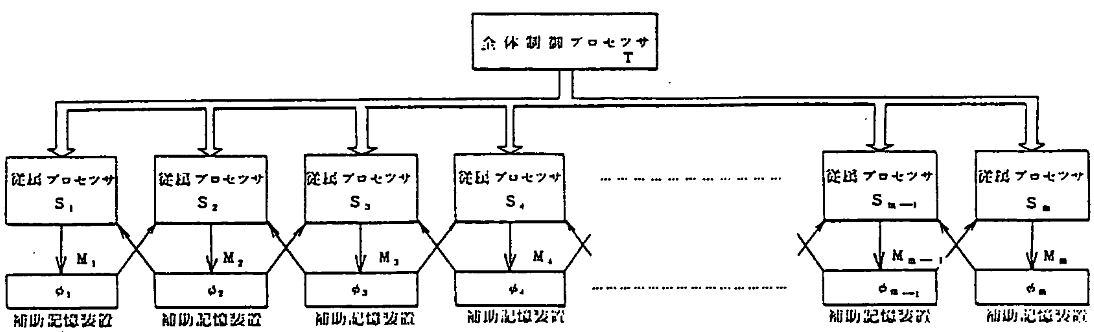
第1図は本発明の連立一次方程式シミュレータの構成を示すブロック図。

第2図は本発明の連立一次方程式シミュレータの、並列処理が繰返される動作を示すための説明図。

T ……… 全体制御プロセッサ
S ……… 従属プロセッサ
M ……… 補助記憶装置
$\phi_1 \sim \phi_m$ ……… 未知ベクトル

発明者　鍜治幹雄
特許出願人　住友電気工業株式会社
出願代理人　弁理士　川瀬茂樹

第1図



第2図